

Statics: Final Exam

2019. 12. 18. 11:00~13:00, Closed Book

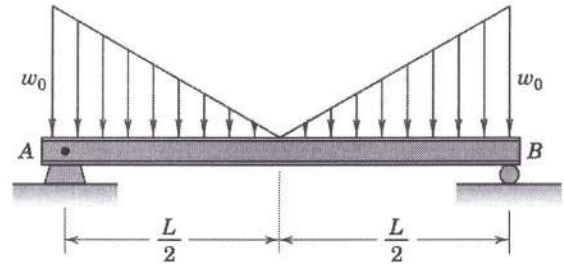
Instructor: Seungtae CHOI

Student ID: _____

Name: Seung Tae CHOI

Seat No: _____

1. (20점) 주어진 그림과 같은 선형분포하중을 받는 보에 대한 전단력 선도(shear force diagram)와 굽힘모멘트 선도(bending moment diagram)를 그려라. 또한, 최대 굽힘모멘트의 크기를 구하라.



$$R_A = R_B = \frac{1}{4} \omega_0 L$$

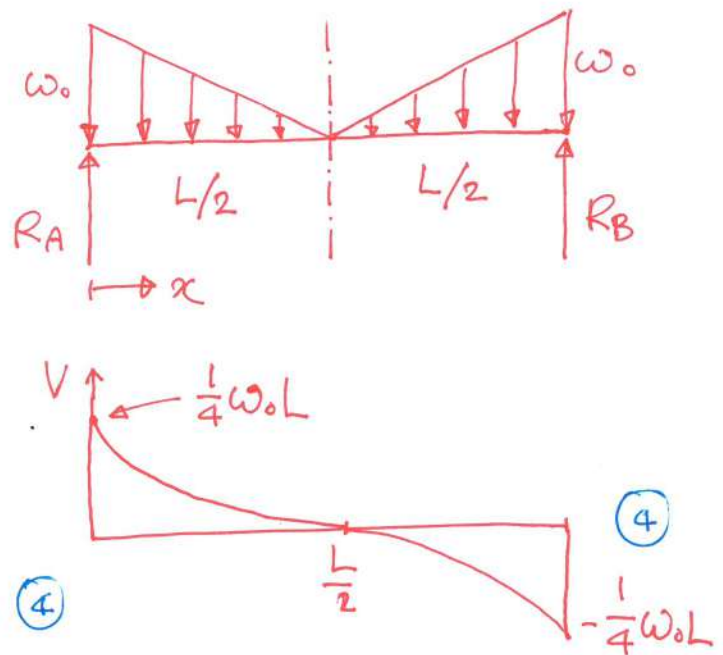
Symmetry 고려 $\rightarrow$ 절반만 풀.

$$\frac{dV}{dx} = -\omega = -\frac{2\omega_0}{L} \left(\frac{L}{2} - x \right)$$

$$V = -\frac{2\omega_0}{L} \left(\frac{L}{2}x - \frac{1}{2}x^2 \right) + C_1$$

B.C. $V(x=0) = C_1 = R_A = \frac{1}{4} \omega_0 L$

$$\therefore V = \frac{\omega_0}{L} \left(\frac{L}{2} - x \right)^2 \quad (0 < x < \frac{L}{2}) \quad (4)$$



$$\frac{dM}{dx} = V = \frac{\omega_0}{L} \left(\frac{L}{2} - x \right)^2$$

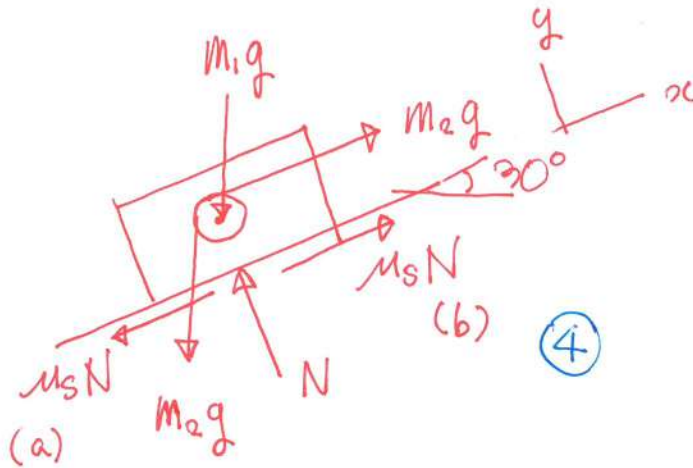
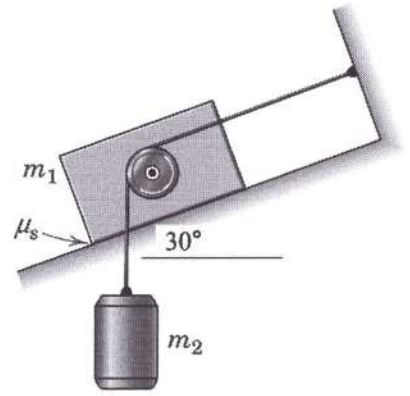
$$M = \frac{\omega_0}{L} \left(\frac{L^2}{4}x - \frac{L}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^3 \right) + C_2$$

B.C. $M(x=0) = C_2 = 0$

$$\therefore M = \frac{\omega_0}{L} x \left(\frac{1}{3}x^2 - \frac{L}{2}x + \frac{L^2}{4} \right) \quad (4)$$

$$\therefore M_{\max} = \frac{1}{24} \omega_0 L^2 \quad \text{at } x = \frac{L}{2} \quad (4)$$

2. (20점) 그림에 보여진 계가 평형상태에 있기 위한 m_2 의 범위를 구하라. 경사면과 질량이 m_1 인 물체 사이의 정마찰계수는 $\mu_s = 0.25$ 이다. Pulley의 마찰은 무시하라. 중력가속도는 g 이다.



(a) Motion impends up.

$$\textcircled{2} \sum F_x = m_2 g - m_2 g \sin 30^\circ - m_1 g \sin 30^\circ - \mu_s N = 0$$

$$\textcircled{2} \sum F_y = N - m_2 g \cos 30^\circ - m_1 g \cos 30^\circ = 0$$

$$m_2 (1 - \sin 30^\circ) - m_1 \sin 30^\circ - \mu_s (m_2 \cos 30^\circ + m_1 \cos 30^\circ) = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore m_2 &= \frac{\sin 30^\circ + \mu_s \cos 30^\circ}{1 - \sin 30^\circ - \mu_s \cos 30^\circ} m_1 \\ &= \frac{4 + \sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}} m_1 \quad \textcircled{4} \end{aligned}$$

(b) Motion impends down

$$\textcircled{2} \sum F_x = m_2 g - m_2 g \sin 30^\circ - m_1 g \sin 30^\circ + \mu_s N = 0$$

$$\textcircled{2} \sum F_y = N - m_2 g \cos 30^\circ - m_1 g \cos 30^\circ = 0$$

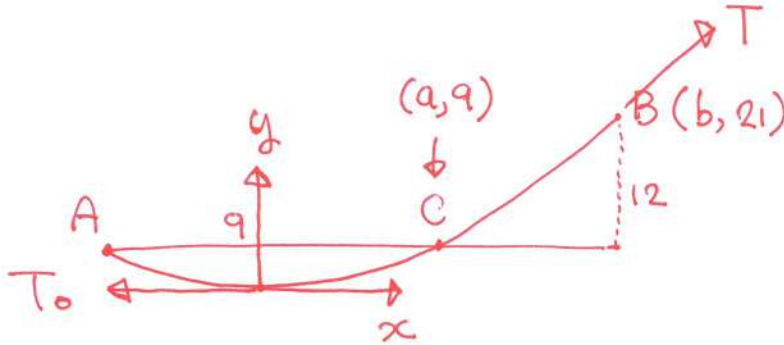
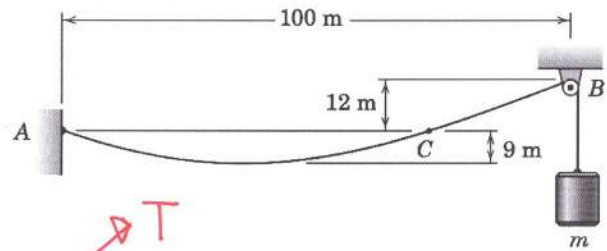
$$\therefore m_2 = \frac{4 - \sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}} m_1 \quad \textcircled{4}$$

$$\therefore \frac{4 - \sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}} m_1 \leq m_2 \leq \frac{4 + \sqrt{3}}{4 - \sqrt{3}} m_1$$

3. (20점) 단위 m 당의 무게가 10 N 인 cable이 점 A와 pulley 사이에 걸려있다. Cable의 sag-to-span ratio가 작아서 parabolic cable로 가정할 수 있다.

- (a) 9 m 의 처짐(sag)을 만들어내는 cable에 연결된 질량 m 의 크기를 구하라.

- (b) A부터 C까지의 수평거리를 구하라.



$$a + b = 100 \text{ m}$$

$$\omega = 10 \text{ N/m}$$

Governing eq. $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{\omega}{T_0} \rightarrow y = \frac{\omega x^2}{2T_0}$ (4)

At point C, $9 = \frac{10}{2T_0} a^2 \rightarrow a = \sqrt{1.8 T_0}$

At point B, $21 = \frac{10}{2T_0} b^2 \rightarrow b = \sqrt{4.2 T_0} = \sqrt{\frac{7}{3}} a$ (4)

$$a + b = \left(1 + \sqrt{\frac{7}{3}}\right) a = 100$$

$$\therefore a = \frac{100}{1 + \sqrt{\frac{7}{3}}} \quad (4)$$

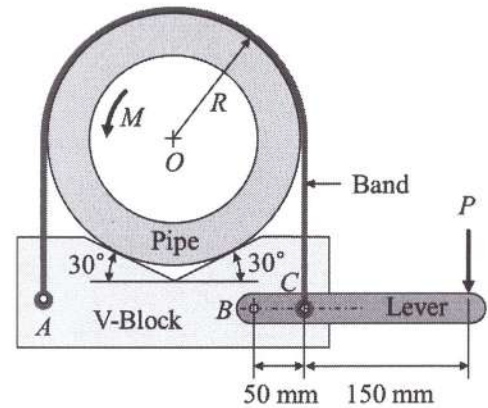
$$\therefore T_0 = \frac{a^2}{1.8} = \frac{100^2}{1.8 (1 + \sqrt{7/3})^2}$$

$$\therefore T^2 = T_0^2 + (\omega b)^2 = \frac{a^4}{1.8^2} + \frac{7}{3} \omega^2 a^2$$

(a) $\therefore m = \frac{T}{g} = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{a^4}{1.8^2} + \frac{7}{3} \omega^2 a^2}$ (4)

(b) $\overline{AC} = 2a = \frac{100}{1 + \sqrt{7/3}}^{3/5}$ (4)

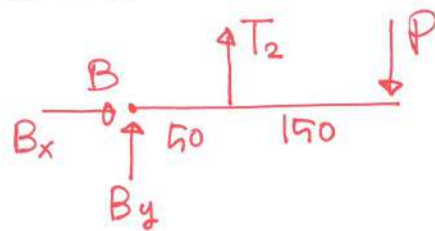
4. (20점) 그림은 Band Brake에 대한 설계를 보여주고 있다. 점 B를 중심으로 회전하는 지렛대(Lever)에 힘 $P = 100 \text{ N}$ 이 작용하여 유연한 Band에 인장력을 가하고 있다. Band와 Pipe 사이의 마찰계수는 $\mu_{BP} = \ln(2)/\pi$ 이고, Pipe와 V-Block 사이의 마찰계수는 $\mu_{PV} = \sqrt{3}/4$ 이고, $R = 190 \text{ mm}$ 이고, 물체의 무게는 무시한다. 유연한 Band의 작용 하에서 V-Block 위에 놓여있는 Pipe를 회전시키는 데에 필요한 우력 M 을 구하라. (Hint: (1) Lever의 moment 평형, (2) Flexible Cable (Band)의 마찰공식, (3) Pipe에 대한 3가지 평형방정식을 순차적으로 적용하여 문제를 푼다.)



(1) In Lever,

$$\sum M_B = 50T_2 - 200P = 0$$

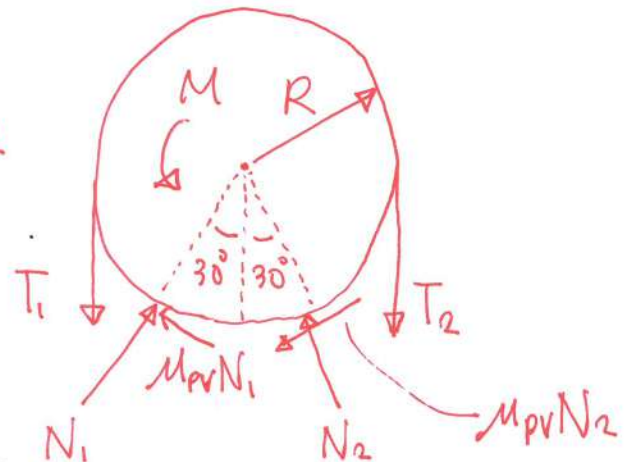
$$\therefore T_2 = 4P = 400 \text{ N} \quad (4)$$



(2) Flexible Band

$$\frac{T_2}{T_1} = e^{\mu_{BP} \cdot \pi} = e^{\ln 2} = 2$$

$$\therefore T_1 = 200 \text{ N} \quad (4)$$



(3) In Pipe,

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \sum F_x &= N_1 \sin 30^\circ - \mu_{PV} N_1 \cos 30^\circ \\ &\quad - N_2 \sin 30^\circ - \mu_{PV} N_2 \cos 30^\circ = 0 \quad \text{--- ①} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \sum F_y &= N_1 \cos 30^\circ + \mu_{PV} N_1 \sin 30^\circ + N_2 \cos 30^\circ - \mu_{PV} N_2 \sin 30^\circ \\ &\quad - T_1 - T_2 = 0 \quad \text{--- ②} \end{aligned}$$

$$\text{From ①, } N_1 = 7N_2$$

$$\text{From ②, } N_2 = \frac{2400}{19\sqrt{3}} \text{ N} \quad (2)$$

$$\textcircled{2} \quad \sum M_o = M - M_{pv} N_1 R - M_{pv} N_2 R + T_1 R - T_2 R = 0$$

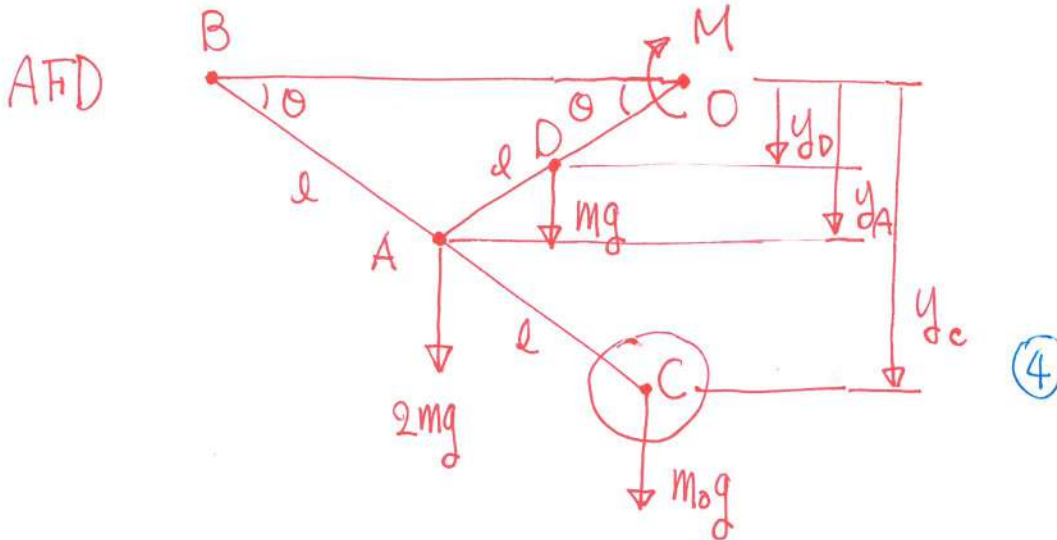
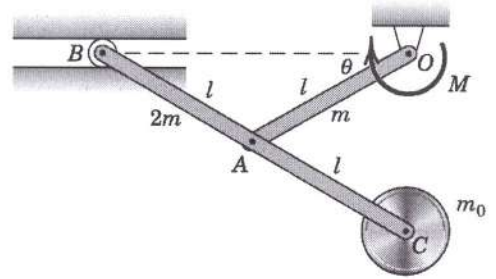
$$\therefore M = 8 M_{pv} N_2 R + (T_2 - T_1) R$$

$$= 8 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times \frac{2400}{19\sqrt{3}} \times 190 + 200 \times 190 \quad (\text{N} \cdot \text{mm})$$

$$= 48 + 38$$

$$= 86 \text{ (N} \cdot \text{m)} \quad \textcircled{4}$$

5. (20점) 점 C에 있는 Disk의 질량은 m_0 이고, Bar OA 및 BC의 질량은 각각 m 및 $2m$ 이다. 구조물을 각도 θ 로 유지하기 위해 가해야 하는 우력 M 을 구하라.



$$y_D = \frac{l}{2} \sin \theta, \quad \delta y_D = \frac{l}{2} \cos \theta \delta \theta \quad (2)$$

$$y_A = l \sin \theta, \quad \delta y_A = l \cos \theta \delta \theta \quad (2)$$

$$y_C = 2l \sin \theta, \quad \delta y_C = 2l \cos \theta \delta \theta \quad (2)$$

$$\delta W = -M \delta \theta + mg \delta y_D + 2mg \delta y_A + m_0 g \delta y_C = 0 \quad (2)$$

$$-M \delta \theta + mg \left(\frac{l}{2} \cos \theta \delta \theta \right) + 2mg (l \cos \theta \delta \theta) + m_0 g (2l \cos \theta \delta \theta) = 0$$

$$\therefore M = \frac{5}{2} mgl \cos \theta + 2m_0 gl \cos \theta$$

$$= \left(\frac{5}{2} m + 2m_0 \right) gl \cos \theta \quad (8)$$